

UNIVERSITATEA DIN BACĂU  
FACULTATEA DE ȘTIINȚE

Marcelina Mocanu

# **ANALIZĂ MATEMATICĂ**

CURS PENTRU STUDENȚII  
FACULTĂȚII DE INGINERIE



Editura Alma Mater  
Universitatea din Bacău

# Cuprins

## Capitolul 1. Spații euclidiene

1.1. Mulțimea numerelor reale.....	1
1.2. Spațiul euclidian $\mathbb{R}^k$ .....	4

## Capitolul 2. Șiruri

2.1. Șiruri de numere reale	
2.1.1. Noțiuni introductive.....	9
2.1.2. Șiruri convergente.....	11
2.1.3. Dreapta reală încheiată. Șiruri care au limită.....	15
2.1.4. Operații cu șiruri care au limită.....	16
2.1.5. Șiruri fundamentale de numere reale.....	20
2.2. Șiruri în $\mathbb{R}^k$ .....	23

## Capitolul 3. Serii de numere reale

3.1. Suma unei serii. Serii convergente.....	25
3.2. Serii cu termeni pozitivi.....	29
3.3. Criterii de convergență pentru serii de numere reale.....	31
3.4. Serii de puteri.....	34

## Capitolul 4. Limite și continuitate pentru funcții între spații metrice

4.1. Limita unei funcții într-un punct.....	39
4.2. Limite la $\pm\infty$ și limite infinite ale funcțiilor reale de variabilă reală.....	40
4.3. Operații cu funcții reale care au limită într-un punct.....	41
4.4. Funcții continue.....	42
4.5. Proprietăți globale ale funcțiilor continue.....	43
4.6. Limita restricției unei funcții la o submulțime. Limite iterate.....	44

## Capitolul 5. Derivate și diferențiale pentru funcții de o variabilă reală

5.1. Derivata unei funcții de o variabilă reală într-un punct.....	48
5.2. Proprietăți ale funcțiilor derivabile pe intervale.....	51
5.3. Derivate de ordin superior.....	53
5.4. Diferențiale. Funcții diferențiabile.....	55
5.5. Formula lui Taylor pentru funcții de o variabilă reală.....	57
5.6. Extreme locale pentru funcții reale de o variabilă reală.....	60
5.7. Derivate ale funcțiilor vectoriale de o variabilă reală.....	64

<b>Capitolul 6. Derivate și diferențiale pentru funcții de mai multe variabile reale</b>	
6.1. Derivate parțiale.....	67
6.2. Aplicații ale derivatelor parțiale de ordinul I în teoria câmpurilor.....	69
6.3. Derivata într-un punct după un versor.....	73
6.4. Funcție diferențiabilă. Diferențiala unei funcții scalare.....	74
6.5. Funcții vectoriale diferențiabile.....	78
6.6. Diferențiala și derivatele funcțiilor compuse.....	80
6.7. Derivate parțiale de ordin superior.....	83
6.8. Condiții suficiente de egalitate a derivatelor mixte.....	84
6.9. Diferențiale de ordin superior.....	85
6.10. Formula lui Taylor pentru funcții de mai multe variabile.....	87
6.11. Extreme locale ale funcțiilor de mai multe variabile.....	89
<b>Capitolul 7. Integrarea funcțiilor de o variabilă reală. Integrala Riemann</b>	
7.1. Noțiunea de integrală Riemann.....	96
7.2. Criteriul lui Darboux.....	100
7.3. Proprietăți ale integralei Riemann și ale funcțiilor integrabile.....	101
7.4. Metode de integrare.....	103
7.5. Aplicații ale integralei Riemann.....	107
<b>Capitolul 8. Integrarea funcțiilor de o variabilă reală. Integrale improprii</b>	
8.1. Definiții ale integralelor improprii de prima speță și de a doua speță.....	112
8.2. Proprietăți generale ale integralelor improprii.....	118
8.3. Criterii de convergență pentru integrale improprii.....	119
8.4. Aplicații. Transformata Laplace a unei funcții original.....	123
<b>Capitolul 9. Integrale curbilinii</b>	
9.1. Noțiunea de curbă.....	126
9.2. Integrale curbilinii de prima speță și de a doua speță. Definiții și formule de calcul.....	130
9.3. Aplicații ale integralelor curbilinii.....	134
9.4. Proprietăți ale integralelor curbilinii de prima speță și de a doua speță.....	136
9.5. Problema independenței de drum a circulației unui câmp vectorial.....	137

## **Capitolul 10. Integrale duble**

10.1. Noțiunea de arie a unei mulțimi de puncte din plan.....	142
10.2. Definiția integralei duble.....	143
10.3. Proprietăți ale integralei duble.....	144
10.4. Calculul integralei duble.....	145
10.5. Schimbare de variabile în integrala dublă.....	148
10.6. Aplicații ale integralei duble.....	150
10.7. Formula lui Green-Riemann.....	151

## **Capitolul 11. Integrale triple**

11.1. Noțiunea de volum al unei mulțimi de puncte din spațiu.....	153
11.2. Definiția integralei triple.....	153
11.3. Proprietăți ale integralei triple.....	155
11.4. Calculul integralei triple.....	156
11.5. Schimbare de variabile în integrala triplă.....	159
11.6. Aplicații ale integralei triple.....	161

<b>Bibliografie.....</b>	<b>162</b>
--------------------------	------------