

Elena Roxana Ardeleanu
Universitatea "Vasile Alecsandri" din Bacău

Otilia Lungu
Universitatea "Vasile Alecsandri" din Bacău

MATEMATICI SUPERIOARE

Culegere de probleme

Editura ALMA MATER
BACĂU, 2017

Cuprins

1	Ecuatii diferențiale de ordinul I	1
1.1	Ecuatii diferențiale de forma $y' = f(x)$	1
1.2	Ecuatii cu diferențială totală exactă	6
1.3	Metoda factorului integrant	13
1.4	Ecuatii cu variabile separabile	24
1.5	Ecuatii diferențiale omogene	37
1.6	Ecuatii reductibile la ecuații omogene	41
1.7	Ecuatii diferențiale liniare de ordinul I	47
1.8	Ecuatii de tip Bernoulli	66
1.9	Ecuatii de tip Riccati	71
1.10	Ecuatii de tip Lagrange	79
1.11	Ecuatii de tip Clairaut	83
2	Ecuatii diferențiale de ordin superior	89
2.1	Ecuatii de ordin superior integrabile prin cuadraturi . .	89
2.1.1	Ecuatii de forma $y^{(n)} = f(x)$	89
2.1.2	Ecuatii de forma $F(x, y^{(n)}) = 0$	91
2.1.3	Ecuatii de forma $F(y^{(n-1)}, y^{(n)}) = 0$	94
2.1.4	Ecuatii de forma $F(y^{(n-2)}, y^{(n)}) = 0$	96
2.2	Ecuatii care admit reducerea gradului	99
2.2.1	Ecuatii de forma $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$.	99

2.2.2	Ecuatii de forma $F(y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$	102
2.2.3	Ecuatii omogene de forma $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$	106
2.3	Ecuatii diferentiale liniare de ordin superior	110
2.3.1	Ecuatii diferentiale liniare de ordin superior cu coeficienti variabili	110
2.3.2	Ecuatii diferentiale liniare de ordin superior cu coeficienti constanti	125
3	Sisteme de ecuatii diferentiale	149
3.1	Cazuri generale	149
3.2	Sisteme de ecuatii cu coeficienti constanti	158
4	Transformata Laplace	175
4.1	Definitie. Proprietati	175
4.2	Proprietati ale transformatei Laplace	176
4.2.1	Liniaritatea	176
4.2.2	Teorema intarzierii	177
4.2.3	Teorema deplasarii	177
4.2.4	Teorema derivarii originalului. Teorema derivarii imaginii	178
4.2.5	Teorema integrarii originalului	179
4.2.6	Teorema integrarii imaginii	180
4.2.7	Teorema valorii initiale	181
4.2.8	Teorema valorii finale	182
4.3	Produs de convolutie	183
4.4	Inversa transformatei Laplace	184
4.4.1	Metoda directa, utilizand formulele din tabel	184
4.4.2	Metoda care utilizeaza teorema deplasarii	185
4.4.3	Metoda care utilizeaza teorema integrarii origi- nalului	186
4.4.4	Metoda descompunerii in fractii simple	187

4.4.5	Metoda care utilizează teorema Borel	189
4.4.6	Metoda care utilizează teorema de dezvoltare	191
4.4.7	Probleme suplimentare propuse	192
4.5	Metode operaționale	194
4.5.1	Calculul unor integrale improprii	194
4.5.2	Rezolvarea ecuațiilor diferențiale liniare cu coeficienți constanți	198
4.5.3	Rezolvarea sistemelor de ecuații diferențiale liniare cu coeficienți constanți	203
4.5.4	Rezolvarea unor ecuații cu derivate parțiale cu condiții inițiale și condiții la limită date	205
4.5.5	Rezolvarea ecuațiilor integrale Voltera	207
4.5.6	Rezolvarea unor ecuații integro-diferențiale	209
4.6	Metode operaționale aplicate în practică	211
4.6.1	Circuitul serie R-L-C conectat la o tensiune constantă	211
4.6.2	Încărcarea unui condensator de la o sursă de tensiune constantă	213
4.6.3	Cuplarea unei bobine la o sursă de tensiune constantă	214
4.6.4	Aplicații în mecanică	222
4.6.5	Aplicații în flambajul barelor drepte	226
4.6.6	Alte aplicații	232
5	Elemente de teoria probabilităților	238
5.1	Câmp de evenimente	238
5.2	Câmp de probabilitate	240
5.2.1	Definiția clasică și definiția axiomatică a probabilității	240
5.2.2	Evenimente independente și condiționate	245
5.2.3	Scheme clasice de probabilitate	250
5.3	Variabile aleatoare	256

5.3.1	Variabile aleatoare discrete	256
5.3.2	Variabile aleatoare continue	267
6	Statistică matematică	276
6.1	Serii statistice	276
6.2	Gruparea măsurătorilor cu intervale de clasă egale . . .	282
6.3	Indicatori ai seriilor statistice	284
6.4	Regresie și corelație	320
6.5	Metode de estimare a parametrilor	330
6.5.1	Metoda verosimilității maxime	330
6.5.2	Metoda momentelor	332
6.5.3	Metoda intervalelor de încredere	334
6.6	Verificarea ipotezelor statistice	337
6.7	Elemente de sondaj statistic	341